

感度解析を用いた柔軟付属物を有する 剛体のパラメータ同定*

鞍谷 文保^{*1}, 岩 壺 卓 三^{*2}, 沖 田 耕 三^{*1}

Parameter Identification of a Rigid Body with Flexible Appendages Using Sensitivity Analysis

Fumiyasu KURATANI, Takuzo IWATSUBO and Kozo OKITA

For the attitude and vibration control of a flexible structure, such as a spacecraft having flexible appendages, it is important to know design parameters such as the moment of inertia and the location of the center of gravity. But, generally, it is very difficult to calculate these design parameters in the case of a structure whose configuration is very complex. Thus, it is necessary to develop a technique to determine these parameters from vibration test data. The test data of a flexible structure such as natural frequencies, modal damping ratios, and mode shapes are different from those of a structure regarded as a rigid body, because of the interaction between a rigid body motion and flexible appendage motions. Therefore, this paper proposes a method of direct identification of these parameters from vibration test data measured in the state in which a flexible structure is supported by elastic mounts. The method is based on the motion equation taking into account elastic deformation of flexible appendages. The usefulness of the proposed method is illustrated by carrying out identification of a calculation model and an actual simple structure composed of a rigid body and two flexible appendages.

Key Words: Vibration, Parameter Identification, Sensitivity Analysis, Modal parameter, Rigid Body, Flexible Appendage

1. ま え が き

人工衛星, 軽量化ロボット, 電子関連機器の分野において柔軟付属物を有する構造物, 例えば, 太陽電池パドルなどが付属した人工衛星⁽¹⁾, 柔軟アーム構造の軽量化ロボット⁽²⁾, 磁気ディスク装置の磁気ヘッド⁽³⁾などの姿勢制御, 位置制御において振動制御問題がクローズアップされている。それらの問題において, 現時点では太陽電池パドルなどの柔軟体にアクチュエータを取付け個々に制御するのではなく, 柔軟付属物が取付けられている中心構造物の運動を制御することにより, 振動を抑制する方式が採られている。そのような系の制御において, 柔軟付属物を含んだ全体系のモデリングの問題が重要となり⁽¹⁾, 数学モデルの記述方法に関しては多くの研究⁽¹⁾⁽⁴⁾⁽⁵⁾がなされている。

しかし, 実際の制御において重要となるのは, 数学モデルの確かさとともに, 数学モデルの具体的設計変数の値がいかに精度よく求まっているかである。したがって, 柔軟付属物が取付いている構造物の運動を制

御して振動を抑制する観点から, 柔軟付属物の振動特性はもちろんのこと, 付属物が取付いた状態の系全体の重心位置, 慣性モーメントなどの剛体的特性を表す設計変数も重要な値となるが, 構造が複雑となると簡単には算出できないのが現状である。

ところで, 著者らはこれまでに機械の防振支持設計問題を対象として, 弾性体で支持された剛体の重心, 慣性モーメント, 支持弾性体のばね定数, 減衰定数などのモデルパラメータを振動実験データから推定する手法⁽⁶⁾⁽⁷⁾を提示した。しかし, これまでの方法では, 支持されている構造物が完全な剛体の場合にしか適用できず, 本報で対象とするような柔軟付属物を有する剛体系への適用を図るためには, 柔軟付属物の影響を考慮した手法を用いる必要がある。

そこで本報では, 既報の手法を拡張し, 柔軟付属物が振動する状態で測定した振動実験データから, 柔軟付属物を有する剛体の系全体の重心位置, 慣性モーメントなどのモデルパラメータを精度よく同定する手法を提示する。そして, 提示した手法を数値実験あるいは簡単な構造物に適用し, その妥当性を確認する。

2. 同定手法の考え方

2.1 運動方程式 図1は, 剛体に数個の柔軟付

* 平成2年3月24日 関西支部第65期定時総会講演会において講演, 原稿受付 平成元年3月10日。

^{*1} 正員, 兵庫県立工業技術センター (〒654 神戸市須磨区行平町3-1-12)。

^{*2} 正員, 神戸大学工学部 (〒657 神戸市灘区六甲台町1)。

属物が取付けられた構造物が弾性支持された力学モデルを示す。人工衛星のような支持弾性体を持たない構造物も架設の弾性支持を行えば、同様なモデルで扱える。このような構造物をモデリングする場合、剛体は六自由度を考え、各付属物は有限要素法などにより求めたモード座標を用いて低次元のモデルとし、系全体の運動方程式を導く方法が、全体系の自由度が低くなり、同定計算効率の点からも望ましい。そこで、本報でもこの方法で図1の運動方程式を導く。

まず、支持弾性体を除いた系の運動方程式について考える。剛体、付属物を含めた全体の質量を m 、付属物を剛体と考えた系全体の重心 G を原点とする重心座標系を $G-X^G Y^G Z^G$ 、各軸まわりの慣性モーメント、慣性乗積を要素とする 3×3 の行列を J 、重心の変位を要素とする 3×1 の変位ベクトルを w_G 、回転角ベクトルを θ_G とする。また、 N 個の柔軟付属物については、各付属物ごとに、例えば片持ばりとした有限要素法計算あるいは振動実験により、質量分布、振動特性が得られているとする。付属物 n を S_n 個の節点に離散化したときの s 番目の節点の質量を $m_n(s)$ ($s=1, \dots, S_n$)、節点 s の重心座標系における座標を ${}^G r_s^n(x_{sn}, y_{sn}, z_{sn})$ とする。さらに、付属物 n の k 次モードの固有角振動数を ω_{kn} ($n=1, \dots, N, k=1, \dots, K$)、モード減衰比を ζ_{kn} 、 3×1 の固有モードベクトルを $\phi_{kn}(s)$ 、一次モードから K 次モードまでの固有モードベクトルを並べた固有モード行列を $\Phi_n(s)$ 、モード座標を ξ_{kn} とすると支持弾性体を取除いた系の運動方程式は、文献(1)、(4)によると次式となる。ただし、式(1)では減衰項を加えている。

$$[M_G] \ddot{q}_G + [C_G] \dot{q}_G + [K_G] q_G = F_G \quad \cdots \cdots (1)$$

ここで、 q_G は重心の変位と付属物のモード座標を要素とするベクトルである。

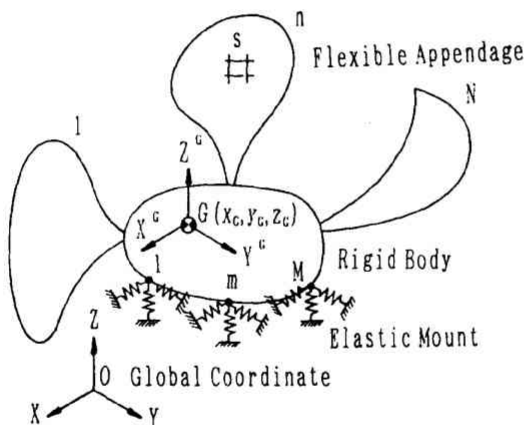


図1 力学モデル

$$q_G = \begin{bmatrix} q_{rG} \\ \xi \end{bmatrix}; q_{rG} = \begin{bmatrix} w_G \\ \theta_G \end{bmatrix}$$

$$\xi^T = \{\xi^{1T}, \dots, \xi^{NT}\}; \xi^{nT} = \{\xi_{1n}, \dots, \xi_{Kn}\}$$

また、 F_G は系に加わる外力項で、付属物に外力が加わらない場合には以下のように表せる。

$$F_G = \begin{bmatrix} F_{rG} \\ 0 \end{bmatrix}; F_{rG} = \begin{bmatrix} f_G \\ T_G \end{bmatrix}$$

なお、式(1)の慣性行列、減衰行列、剛性行列の要素は以下に示すとおりである。

$$[M_G] = \begin{bmatrix} M_G & M_e \\ M_e^T & Q_e \end{bmatrix}; [C_G] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & C_e \end{bmatrix}; [K_G] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_e \end{bmatrix}$$

ここで、 $[Q_e]$ 、 $[C_e]$ 、 $[K_e]$ は、柔軟付属物に関するモード質量行列、モード減衰行列、モード剛性行列であり、各成分は以下の式から求まる。

$$[Q_e] = \text{diag}\{Q^1, \dots, Q^N\}$$

$$Q^n = \sum_{s=1}^{S_n} m_n(s) \Phi_n^T(s) \Phi_n(s)$$

$$[C_e] = \text{diag}\{C^1, \dots, C^N\}$$

$$C^n = 2\zeta^n Q^n; \zeta^n = \text{diag}\{\zeta_{1n}, \dots, \zeta_{Kn}\}$$

$$[K_e] = \text{diag}\{K^1, \dots, K^N\}$$

$$K^n = Q^n \omega^n; \omega^n = \text{diag}\{\omega_{1n}^2, \dots, \omega_{Kn}^2\}$$

また、 $[M_e]$ は、剛体的特性を要素とする行列であり、 $[M_e]$ は付属物と剛体との連成の影響を表す係数行列である。

$$[M_e] = \begin{bmatrix} mI & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix}; [M_e] = \begin{bmatrix} P^1 \cdots P^N \\ H^1 \cdots H^N \end{bmatrix}$$

$$[I]: 3 \times 3 \text{ の単位行列}$$

$$P^n = \sum_{s=1}^{S_n} m_n(s) \Phi_n(s)$$

$$H^n = \sum_{s=1}^{S_n} m_n(s) [{}^G r_s^n] \Phi_n(s)$$

ここで、 $({}^G r_s^n x)$ は、以下の形式の行列とする。

$$[{}^G r_s^n] = \begin{bmatrix} 0 & -z_{sn} & y_{sn} \\ z_{sn} & 0 & -x_{sn} \\ -y_{sn} & x_{sn} & 0 \end{bmatrix}$$

式(1)が、重心座標系における運動方程式であるが、一般に実際の構造物は複雑な構造をしているので、重心位置をあらかじめ知ることは困難であり、任意に設定することができる座標系(以下、全体座標系と呼ぶ)における運動方程式を考えなければならない。そこで、図1中に示す全体座標系 $O-XYZ$ を考え、重心座標系とのずれのパラメータとして、全体座標系における重心 G の座標 ${}^0 r^G(x_G, y_G, z_G)$ を表す3個のパラメータを定義する。このずれのパラメータが与えられれば重心座標系における方程式は、既報⁽⁶⁾と同様に次式のように全体座標系の方程式に変換することができる。

$$[T_G]^T [M_G] [T_G] \ddot{q} + [C_G] \dot{q} + [K_G] q = F \quad \cdots (2)$$

ここで,

$$q = \begin{bmatrix} q_r \\ \xi \end{bmatrix}; q_r = \begin{bmatrix} w_0 \\ \theta_0 \end{bmatrix}$$

$$[T_c] = \begin{bmatrix} T_{c0} & 0 \\ 0 & E \end{bmatrix}; [T_\theta] = \begin{bmatrix} I[-^0r^G] \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

ただし, $[-^0r^G]$ は式(1)中の記号と同じ形式の行列であるが, 各成分に -1 を掛けたものとなる。また, $[E]$ は ξ の自由度と同じ大きさの単位行列である。

次に, 支持系のばね要素, 減衰要素を加えた系の運動方程式を求める。図1に示す支持点 m の弾性体の X, Y, Z 方向のばね定数を要素とする 3×3 の対角行列を $[K^m]$, 減衰行列を $[C^m]$ とし, 支持点における各軸方向の変位を要素とする 3×1 のベクトルを q^m とすると, 支持系により生じる復原力, 減衰力は次式となる。

$$\begin{cases} F_{ks} = -[K_s]q_s \\ F_{cs} = -[C_s]\dot{q}_s \end{cases} \dots\dots\dots (3)$$

ここで,

$$[K_s] = \text{diag}\{K^1, \dots, K^M\}$$

$$[C_s] = \text{diag}\{C^1, \dots, C^M\}$$

$$[K^m] = \text{diag}\{k_{xm}, k_{ym}, k_{zm}\}$$

$$[C^m] = \text{diag}\{c_{xm}, c_{ym}, c_{zm}\}$$

また,

$$F_{ks} = \begin{bmatrix} f_{ks}^1 \\ \vdots \\ f_{ks}^M \end{bmatrix}; F_{cs} = \begin{bmatrix} f_{cs}^1 \\ \vdots \\ f_{cs}^M \end{bmatrix}; q_s = \begin{bmatrix} q^1 \\ \vdots \\ q^M \end{bmatrix}$$

なお, f_{ks}^m, f_{cs}^m は, 支持点 m における各軸方向の復原力, 減衰力を成分とする 3×1 のベクトルである。ところで, 支持点 m の全体座標系における座標を ${}^0r^m(x_m, y_m, z_m)$ とすると, F_{ks}, F_{cs} は, 各支持点における変位ベクトルと全体座標系の変位ベクトルを関係づける座標変換行列 $[T_s]$ を用いることにより, 次式のように全体座標系における力, トルクに集約できる。

$$\begin{cases} F_k = -[T_s]^T[K_s][T_s]q \\ F_c = -[T_s]^T[C_s][T_s]\dot{q} \end{cases} \dots\dots\dots (4)$$

ここで,

$$[T_s] = \begin{bmatrix} I[-^0r^1] & 0 \\ \vdots & \vdots \\ I[-^0r^M] & 0 \end{bmatrix}$$

ところで, 式(4)の復原力, 減衰力は, 剛体が振動することにより, ばね要素, 減衰要素から剛体に働く反力となるため, 式(4)を式(2)の右辺に代入し, 整理することにより, 次式のように全体座標系における全体系の自由振動の運動方程式を導くことができる。

$$\hat{m}\ddot{q} + \hat{c}\dot{q} + \hat{k}q = 0 \dots\dots\dots (5)$$

ここで,

$$\hat{m} = [T_c]^T[M_c][T_c]$$

$$\hat{c} = [C_c] + [T_s]^T[C_s][T_s]$$

$$\hat{k} = [K_c] + [T_s]^T[K_s][T_s]$$

通常の振動解析では, 式(5)に対応する次式の特性方程式

$$\lambda_j^2 \hat{m} N_j + \lambda_j \hat{c} N_j + \hat{k} N_j = 0 \dots\dots\dots (6)$$

の複素固有値解析を行うことにより, n 組の減衰固有振動数 f_j , モード減衰比 ζ_j , 固有モード N_j などのモード特性を求めることができる。

2.2 モデルのパラメータ同定法 本報では式(6)の理論解析で得られたモード特性と実験から得られたモード特性を比較することで, 力学モデルのモデルパラメータを修正し, 最終的に実験から得られたモード特性と同じ特性を有するモデルパラメータを得ることを目的とする。以下その手法について説明する。

同定手法において, 感度解析を用いる方法を採用し, 以下のように行うが, 詳細は既報⁽⁸⁾で述べたのでここでは簡単に説明する。

(1) 実験で得られたモード特性をならべた目標となるベクトル R^* を設定する。

(2) 振動系を表すモデルを図1のように構築し, 同定すべきモデルパラメータの選定, 初期値の設定を行い, 複素固有値解析, 複素感度解析により初期モデルのモード特性をならべたベクトル R_0 および目標とするモード特性に対するモデルパラメータの一次感度を要素とする行列 $[S]$ を算出しておく。ここで, $[S]$ は $m \times n$ の行列となる。 m は目標とするモード特性の数, n は同定するモデルパラメータの数を表す。

(3) 算出した感度を用いて, 初期モデルパラメータを変更したときのモード特性を予測し, その予測値 R と実験などで得られたモード特性 R^* とを比較し, 最小二乗法を適用して, 偏差を最小にするように繰返し計算により最良なモデルパラメータを決定する。

すなわち, 各モデルパラメータの修正率をならべたベクトルを ΔP とし, R を一次のテーラー展開で近似すると,

$$R = R_0 + [S]\Delta P \dots\dots\dots (7)$$

となり, R^* と R との偏差の二乗和

$$E = (R^* - R)^T[W](R^* - R) \dots\dots\dots (8)$$

が, 最小となるような ΔP を求めることになる。ここで, $[W]$ は各目標の重みを決める対角行列であり, 式(8)を最小にする ΔP は, 次式を解くことで求まる。

$$[S]^T[W][S]\Delta P = [S]^T[W](R^* - R_0) \dots\dots (9)$$

なお, 感度の算出方法に関しては, 前報⁽⁶⁾に詳しく述べたのでここでは省略するが, 基本的には, 式(6)

の特性方程式を各モデルパラメータで偏微分することで得られる。また、式(9)より、各モデルパラメータの修正率が求まり、修正後の各モデルパラメータを得ることができるが、 $[S]$ が一次感度よりなる行列であるため、 ΔP の各成分が大きい場合には式(7)の予測誤差が大きくなる。そこで、 ΔP の各成分の大きさを制限し、小さな修正を繰返すことにより、最良なモデルパラメータを求める必要がある。

ところで、実測データを用いた同定問題において、振動実験で得られる情報は、はん用のセンサを用いると各測定点の X, Y, Z 方向の並進成分だけである。式(6)の固有モードは回転角成分、モード座標成分を含むため、そのままでは測定値と比較することができない。ここでは、測定で得られる並進成分だけからなる固有モードを同定計算の目標とするために、2・1節の固有モード N_j およびその感度 N_j^s より理論モデルの測定点に対応する点の並進成分およびその感度を求める。モデルの任意の点、例えば、付属物 n 上の測定点 p に対応する点の並進成分 $U_j^T(p) = \{X_{pj}, Y_{pj}, Z_{pj}\}$ は、次式のように N_j の並進成分 W_j 、回転角成分 θ_j 、モード座標成分 ξ_j^n の重ね合わせとして考えることができる。

$$U_j(p) = [I]W_j + [{}^0r^p]\theta_j + [\phi_n(p)]\xi_j^n \cdots \cdots (10)$$

ここで、 ${}^0r^p(x_p, y_p, z_p)$ は測定点 p の全体座標系における座標とする。また、感度に関しても式(10)に感度解析で得られる W_j, θ_j, ξ_j^n の感度を代入することにより算出できる。測定点が P 個ある場合には、式(10)をまとめて行列表示した次式から測定点に対応した並進成分 V_j および感度 V_j^s を求めることができる。

$$V_j = [T_P]N_j; V_j^s = [T_P]N_j^s \cdots \cdots (11)$$

ここで、 V_j, N_j^s は、以下のベクトルの各成分に対応する一次感度を要素とするベクトルである。

$$V_j^T = \{U_j^T(1), \cdots, U_j^T(P)\}; U_j^T(p) = \{X_{pj}, Y_{pj}, Z_{pj}\}$$

$$N_j^T = \{W_j^T, \theta_j^T, \xi_j^{1T}, \cdots, \xi_j^{nT}\}$$

$$[T_P] = \begin{bmatrix} I [{}^0r^1] \phi_1(1) \cdots \phi_n(1) \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ I [{}^0r^P] \phi_1(P) \cdots \phi_n(P) \end{bmatrix}$$

ここで、付属物 n 上の測定点においては、 n に関する $\phi_n(P)$ だけを考慮し、他はすべて零とする。

以上、剛体に柔軟付属物が取付けられた系のモデルパラメータを同定する手法について説明したが、付属物は弾性変形をモード座標を用いて表すことにより低次元化し、同定においてもモード座標の感度を用いることで低次元のモデルによって同定が可能となる。

3. 手法の妥当性の検討

2章で説明した手法の妥当性を検討するため、以下では簡単なモデルのパラメータ同定を試みる。

3・1 数値実験例 例として、図2に示す中心にある剛体に2個の柔軟付属物が Y 軸に平行に取付けられた平面モデルを取上げる。このモデルでは剛体が Y, Z 方向と X 軸まわりの自由度を持ち、付属物は Z 方向の弾性変形だけを行うものとした。また、支持弾性体に関しては、図1の多数の支持弾性体を図2に示す3個のばね要素、減衰要素に集約したモデルを考えた。付属物A, Bは同じ特性を持ち、式(1)中の付属物に関する数値は、あらかじめ有限要素法計算で求めた。なお、各付属物は二次モードまでを考慮したため、系全体の自由度は七自由度となる。

そこで、数値実験は、表1に示すばね定数、減衰定数だけが異なる3種類のモデルについて同定を行った。ただし、表1では、既知とした全体の質量 m および付属物のモデルパラメータを除いた同定しようとする9個のパラメータだけを載せた。表2は、表1の値および既知としたモデルパラメータをもとに固有値解析の結果得られた各モデルの系全体の固有振動数およ

表1 同定しようとするモデルの真の諸元

Model parameter	Model A	Model B	Model C
c_{ya} N・s/m	7.00×10^1	3.50×10^2	1.05×10^3
c_{za} N・s/m	1.00×10^2	5.00×10^2	1.50×10^3
c_{zb} N・s/m	1.10×10^2	5.50×10^2	1.65×10^3
k_{ya} N/m	1.40×10^5	7.00×10^5	2.10×10^6
k_{za} N/m	2.00×10^5	1.00×10^6	3.00×10^6
k_{zb} N/m	2.20×10^5	1.10×10^6	3.30×10^6
J_x kg・m ²	2.15×10^4		
y_G m	2.30×10^{-1}		
z_G m	2.31		

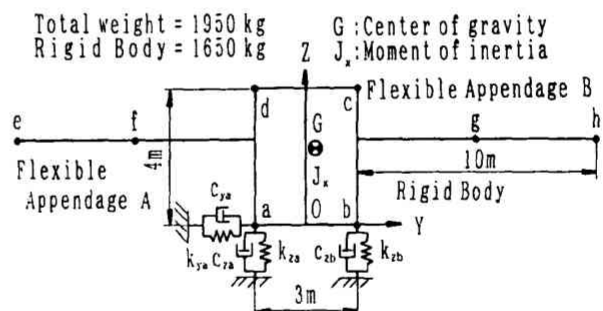


図2 数値実験モデル

び付属物単体の固有振動数を示す。表2において、モデルAが全体の固有振動数が付属物の一次モードに近い場合、モデルCが二次モードに近い場合、そしてモデルBがその中間の場合となっている。表2の一次モードから七次モードまでの固有振動数およびモード減衰比、固有モードの情報をもとに、モデルA, B, Cについて、表1の9個のモデルパラメータを同定した。

なお、目標とする固有モードは系が七自由度であるため、図2の点bのY方向、点cのZ方向、点dのZ方向および点e~hのZ方向の7成分を用いた。

表1の各モデルのモデルパラメータの70%を初期値として同定計算を行った結果、繰返し計算と目標との偏差の差の関係が図3ようになった。なお、縦軸は各モード特性の目標と現在のモデルの偏差の絶対値和である。図3には併せて、モデルBにおいてばね定数、減衰定数が既知の場合を想定し、 J_x, y_G, z_G だけを同定する場合を載せた。各モデルとも最終的には表1の値と等しくなったが、モデルCの場合が特に繰返し計算の回数を要することがわかる。この傾向は他の二、三の数値実験の場合にも現れた。しかし、モデルCの場合にも、各モードごとの目標とする固有モードの数すなわち測定点の数を増やすあるいは測定位置を変えるなどの措置を行うことにより、収束性の改善を図ることができた。そこで、付属物の高次モードに近くなるほどモードの形が複雑となるため、モードを正確に識別するためには測定点を増やすあるいは適切な測定位置での測定を行わなければならないと考えられる。

以上のことより、実用上は系全体の固有振動数なるべく柔軟付属物の一次モードに近くなるように、支持弾性体のばね定数を設定すれば、付属物の高次モードと連成することが少なくなる。その結果、測定点を増やしたり、測定位置を考慮することなく、同定計算の効率を上げることができるとともに、自由度の低いモデルを用いて同定することが可能となる。なお、ばね定数を一次モードに近くに設定できない場合も、付属物の高次モードまでを考慮したモデルを用い、測定点数を多くすることにより同定は可能となる。

3・2 実測データを用いた同定例 3・1節の考察をもとにして、実測データを用いた同定計算を試みる。例として、図4のモデルを取上げる。このモデルは、中心となる鋼製の剛体に2個のアルミニウム製の柔軟付属物が付属したモデルである。なお、本例においても、3・1節の数値実験と同様に平面問題として取扱うこととし、X方向とY, Z方向が連成しないように、

重心位置を設定し、支持弾性体に関してもすべて同じ特性のものを用いた。さらに、打撃試験においてもX方向に加振されないように注意した。また、付属物の特性もあらかじめ有限要素法計算で求めた。

このモデルに対して打撃試験を行い、減衰固有振動数、モード減衰比、固有モードを求める。次に、その情報をもとにモデルパラメータの同定を行う。ここでは、同定された値の確認を行うため、同定されたモデルパラメータを用いて伝達関数を再構成し、実測された伝

表2 数値実験における各モデルの固有振動数

Mode number	Model A Hz	Model B Hz	Model C Hz	Appendage Hz
1st	0.756	1.266	1.407	1.475
2nd	1.398	1.468	1.472	9.241
3rd	1.433	2.306	3.722	
4th	2.512	5.404	8.533	
5th	3.422	6.104	8.705	
6th	9.402	9.466	10.27	
7th	9.747	9.972	11.78	

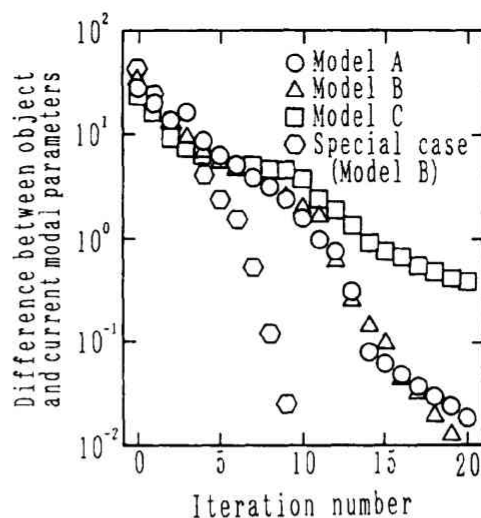


図3 繰返し数と偏差の関係

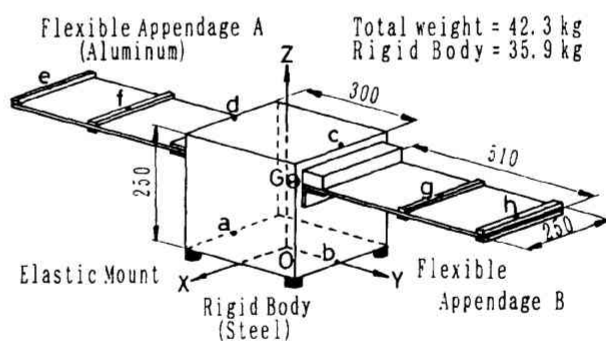


図4 実験モデル

達関数と比較するとともに、あらかじめ、質量分布と図面形状から算出した慣性モーメント、重心位置と比較することにより妥当性の検討を行う。

まず、各付属物に対して有限要素法計算を行い、3・1節と同様に式(1)中の付属物に関する数値を求めた。表3には、有限要素法計算で得られた固有振動数と付属物の取付点を拘束した振動実験から得られた固有振動数の比較を示す。次に、全体系の振動実験を行い目標とするモード特性を求める。実験方法は、図4に示す点a～hのY、Z方向に加速度センサを取付け、点cのZ方向をインパクトハンマで打撃したときの伝達関数からモード特性を求めた。図5にモード特性を示す。図5の(b)～(h)は、一次モードから七次モードまでの固有モードを図5(a)(図4の平面モデル)に示す太線のワイヤフレーム形状で置き換え示したものである。図5において、中心にある剛体が三自由度であることおよび表3の付属物の固有振動数を考慮すれば、剛体と付属物の連成は、七次モード以上の高次のモードにおいてはほとんどないと思われる。したがって、重心位置、慣性モーメントを同定するための同定モデルとしては、3・1節と同じ七自由度モデル、すな

わち柔軟付属物A、Bそれぞれ二自由度を考慮したモデルを用いて同定計算を行えばよいと考えられる。

そこで、図5のモード特性をもとに同定計算を行うが、全体の質量 m と付属物のモデルパラメータは既知とした。したがって、同定するモデルパラメータは系全体の慣性モーメント J_x 、重心位置 y_G 、 z_G および支持弾性体の減衰定数 c_{ya} 、 c_{za} 、 c_{zb} 、ばね定数 k_{ya} 、 k_{za} 、 k_{zb} 、そして有限要素法では算出しにくい柔軟付属物のモード減衰比 ζ_{1A} 、 ζ_{2A} 、 ζ_{1B} 、 ζ_{2B} の計13個とした。なお、ばね定数、減衰定数は図4のモデルの4個の支持弾性体を3・1節で扱った図2のモデルのように3個のばね要素、減衰要素にモデル化した。また、目標とするモード特性は、一次モードから七次モードまでの減衰固有振動数、モード減衰比および固有モードであるが、固有モードについても、3・1節と同様に点bのY方向、点cのZ方向、点dのZ方向、点e～hのZ方向の7成分を用いた。なお、実測で得られたデータであるため精度を考慮して実部だけとした。したがって、目

表3 柔軟付属物の有限要素法計算および測定で得られた固有振動数

Mode number	Calculated Hz	Measured Hz
A	1st	16.42
	2nd	91.34
	3rd	353.69
B	1st	13.95
	2nd	86.21
	3rd	341.13

表4 同定されたモデルパラメータ

Model parameter	Initial value	Final value	Exact value
J_x kg·m ²	2.00	2.58	2.53
y_G m	0.10	0.025	0.027
z_G m	0.10	0.156	0.150
c_{ya} N·s/m	10.0	47.8	—
c_{za} N·s/m	10.0	37.7	—
c_{zb} N·s/m	10.0	37.0	—
k_{ya} N/m	1.0×10^6	6.51×10^5	—
k_{za} N/m	1.0×10^6	1.71×10^6	—
k_{zb} N/m	1.0×10^6	1.72×10^6	—
ζ_{1A}	1.0×10^{-4}	1.26×10^{-3}	—
ζ_{2A}	1.0×10^{-4}	3.38×10^{-4}	—
ζ_{1B}	1.0×10^{-4}	2.06×10^{-3}	—
ζ_{2B}	1.0×10^{-4}	5.58×10^{-4}	—

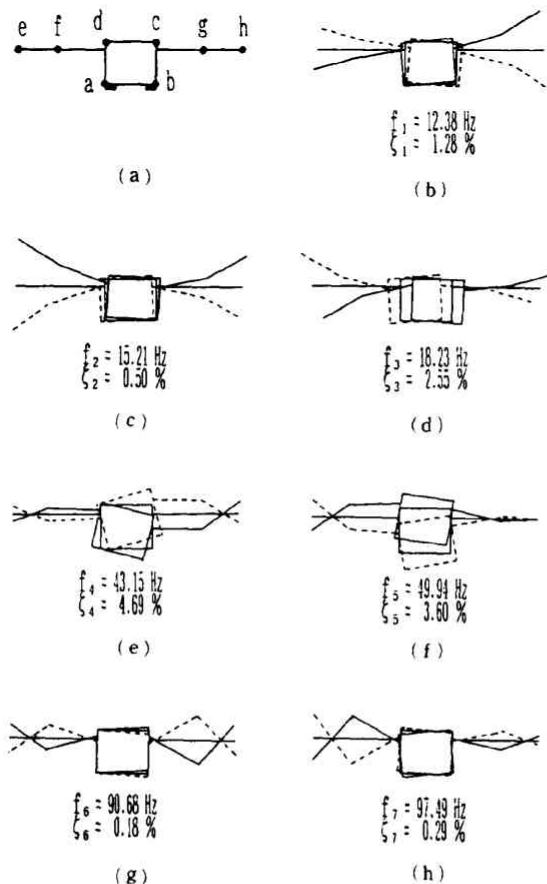


図5 実験で得られたモード特性

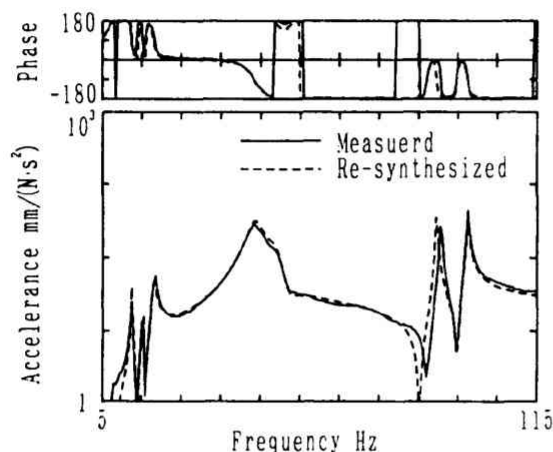


図 6 測定結果と再構成結果の比較
(打撃：点 c Z 方向，応答：点 b Y 方向)

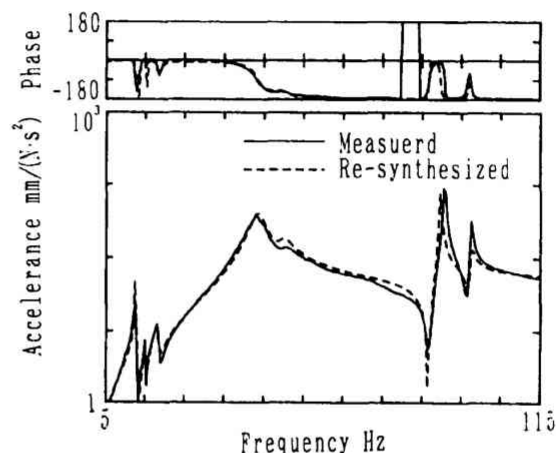


図 8 測定結果と再構成結果の比較
(打撃：点 c Z 方向，応答：点 c Z 方向)

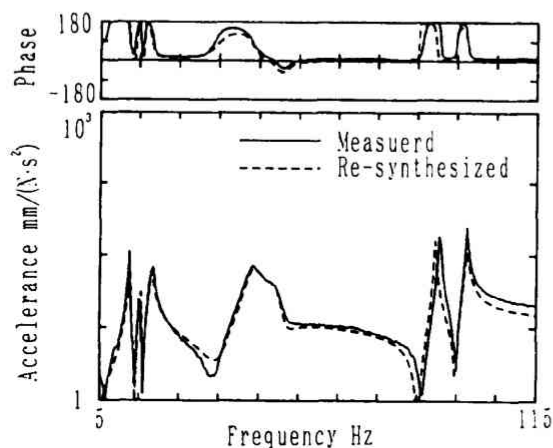


図 7 測定結果と再構成結果の比較
(打撃：点 c Z 方向，応答：点 c Y 方向)

標として減衰固有振動数 7 個，モード減衰比 7 個，固有モード 7 成分×七次モード＝49 個の合計 63 個の情報で 13 個のモデルパラメータを同定することになる。

初期値として，表 4 の左から 2 列めの値を設定し，同定計算を行った結果，13 回の繰返し計算により，表 4 の左から 3 列めの値が得られた。なお，表 4 の左から 4 列めには図 4 のモデルの質量分布と形状により算出した J_x, y_G, z_G の値を示すが，同定されたモデルパラメータがこれらの値にかなり近いことがわかる。

また，図 6～8 に同定されたモデルパラメータをもとに再構成した伝達関数と打撃試験により得られた伝達関数の比較を示す。実線が測定結果で，破線が再構成結果である。両者を比較すると三つの測定点ともアクセランスの大きさ，位相情報ともかなり近くなっており， J_x, y_G, z_G の値だけでなく，他のモデルパラメータも精度よく同定されていると考えられる。

4. 結 言

既報までの完全な剛体が弾性支持された系に対する同定手法を，剛体に柔軟構造物が付属した構造物が弾性支持された系に対しても同定可能な手法に拡張した。すなわち，柔軟付属物を剛体とみなした系全体の重心，慣性モーメントなどのモデルパラメータを柔軟付属物が振動する状況で計測したデータから精度よく同定する手法を提示した。そして，数値実験あるいは実測データからの同定計算を試み，手法の妥当性を示した。

また，実用上問題となる同定計算の収束性について，数値実験をもとに検討を行い，次の結論を得た。

柔軟付属物上の測定点が少ない場合には，柔軟付属物を含んだ系全体の固有振動数が柔軟付属物単体の高次モードに近くなると収束性が悪くなる。しかし，系全体の固有振動数を低次モードに近く設定できない場合も，柔軟付属物上の測定点数を多くするあるいは測定位置を考慮することにより，収束性を向上させることができる。

文 献

- (1) 狼・藤井，日本航空宇宙学会誌，32-364(1984)，263.
- (2) 坂和・松野，計測と制御，25-1(1986)，64.
- (3) 倉部，応用機械工学，27-5 (1986)，66.
- (4) Hughes, P. C., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, 47-1(1980)，177.
- (5) 木田・ほか 5 名，日本航空宇宙学会誌，35-407(1987)，569.
- (6) 鞍谷・藤川・沖田，機論，53-487, C(1987)，542.
- (7) 鞍谷・藤川・沖田，機論，No. 884-3(1988-11)，88.
- (8) 藤川・新田・沖田・鞍谷，機論，52-476, C(1986)，1224.

討 論

〔質問〕 狼 嘉 彰〔航空宇宙技術研究所〕

柔軟付属物を有する剛体のパラメータ同定手法が示され、大変興味深い。次の点について質問したい。

(1) 2・1節の運動方程式で説明されている「全体座標系」は機体（中心剛体）に固定されているか、または、慣性空間（あるいは地面）に固定されているのか。

(2) 式(4)の説明に「全体座標系における力、トルクに集約できる。」とあるが、トルクは具体的に式のどの項によって表現されているのか。

(3) 同定すべきパラメータの中でも特に減衰比は同定し難いとされている。表4の結果では、減衰比の真値が示されていないが、この同定の精度を知る手がかりはないか。

〔回答〕 (1) 任意に設定する空間に固定した座標系を全体座標系としている。

(2) トルクは、式(4)において陽な形で示して

いないが、全体座標系の変位ベクトル $\{q\}$ の並進変位、回転角変位により生じる復原力、減衰力の X, Y, Z 軸まわりの成分として、式(4)の復原力ベクトル $\{F_A\}$ 、減衰力ベクトル $\{F_C\}$ の成分中に現れる。

(3) 柔軟付属物のモード減衰比だけでなく、支持弾性体のばね定数、減衰係数についても、真値を示すことは困難であるため、同定されたパラメータの値を直接的には評価できない。そこで、同定精度を知る手がかりとして、図6, 7, 8に示す実験データと同定されたモデルパラメータから再構成した伝達関数を比較することが考えられる。表4に示すモデルパラメータに関しては、図6, 7, 8に示す実験データと再構成結果が良く一致していること、および慣性モーメント、重心位置が真値と良く一致していることから、ばね定数、減衰係数およびご指摘のモード減衰比も妥当な値として得られていることが推測できる。